$$L_c^+ \colon x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_n^2 = cx_k \colon c > 0,$$

$$L_c^- \colon x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_n^2 = cx_k \colon c < 0,$$

$$L^0 \colon x_k = 0,$$

где $l_i \neq k$, $k = 1, 2, \ldots, n$.

1. *Alekseevskii D. V.* Groups of conformal transformations of Riemannian spaces // Math. USSR-Sb. 1972. Vol. 18. No. 2. Pp. 285–301.
2. *Narmanov A. Ya., Saitova S.S.* On the geometry of orbits of Killing vector fields // Differential Equations. 2014. Vol. 50. No. 6. Pp. 247–258.
3. *Narmanov A. Ya., Rajabov E.O.* On the geometry of orbits of conformal vector fields // J. Geom. Symmetry Phys. 2019. Vol. 51. Pp. 29–39.
4. *Rajabov E.O.* Geometry of orbits of conformal vector fields // Uzbek Mathematical Journal. 2019. No. 4. Pp. 138–142.
5. *Sussman H.J.* Orbits of families of vector fields and integrability of distributions // Transactions of the AMS. 1973. Vol. 180. Pp. 171–188.

Достаточные условия гомеоморфности вещественных кубических гиперповерхностей

А. В. Селиверстов

Москва, Институт проблем передачи информации им. А. А. Харкевича Российской академии наук

e-mail: slvstv@iitp.ru

Рассмотрим неприводимую кубическую форму с рациональными коэффициентами от нескольких переменных. Она определяет вещественную проективную кубическую гиперповерхность в $\mathbb{RP}^n$. Например, все плоские кривые и поверхности в трёхмерном пространстве — это гиперповерхности. В особой точке градиент соответствующей формы равен нулю. Если эта гиперповерхность гладкая, то она либо связная, либо содержит две компоненты связности, одна из которых ориентируемая, а другая неориентируемая и гомеоморфная гиперплоскости.

В общем случае не известен быстрый алгоритм распознавания связности. Существует вероятностный алгоритм проверки связности гладкого и ограниченного вещественного алгебраического множества, время работы которого экспоненциально зависит от размерности [1]. Легко проверить связность кубической кривой на проективной плоскости.

В этой работе предложен алгоритм полиномиального времени для проверки связности гиперповерхности, заданной кубической формой, вещественный ранг которой на единицу превосходит число переменных. Такой ранг типичен для кубических форм, применяемых для моделирования сложных кривых и поверхностей [2].

Рассмотрим n-мерное вещественное проективное пространство $\mathbb{RP}^n$ с системой однородных координат $(x_0 : \cdots : x_n)$. Гиперплоскость $x_0 = 0$ будем называть бесконечно удалённой. Гиперповерхность определена кубической формой над полем вещественных чисел. Точки с координатами ± 1 отождествим с вершинами фиксированного n-мерного куба, называемого ± 1-кубом.

Обозначим через $h = \alpha_0 x_0 + \cdots + \alpha_{n-1} x_{n-1} + x_n$ линейную форму, все коэффициенты которой отличны от нуля, и связанную с ней кубическую форму через $g = \alpha_0 x_0^3 + \cdots + \alpha_{n-1} x_{n-1}^3 - (\alpha_0 x_0 + \cdots + \alpha_{n-1} x_{n-1})^3$. Следующие теоремы получаются из ранее опубликованных результатов [3].

Теорема 1. *Аффинная гиперплоскость $h = 0$ инцидентна некоторой вершине ± 1-куба тогда и только тогда, когда существует особая точка у проективной гиперповерхности в $\mathbb{RP}^{n-1}$, которая определена кубической формой g. Если же таких вершин нет и все коэффициенты α_k отличны от нуля, то эта гиперповерхность гладкая.*

Теорема 2. *Число компонент связности вещественной проективной гиперповерхности $g = 0$ зависит от взаимного расположения гиперплоскости $h = 0$, бесконечно удалённой гиперплоскости и вершин ± 1-куба.*

В свою очередь проверка того, одинаково ли расположены две гиперплоскости $h_1 = 0$ и $h_2 = 0$, сводится к задаче булева линейного программирования, решение которой может быть найдено за псевдополиномиальное время [4,5]. Таким образом, можно не только проверить связность, но и доказать гомеоморфность двух гиперповерхностей рассматриваемого вида. С другой стороны, полученные результаты позволяют эффективно порождать непрерывно зависимые от параметров семейства попарно гомеоморфных гиперповерхностей.

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований, проект № 18–29–13037.

1. *Safey El Din M., Schost É.* A nearly optimal algorithm for deciding connectivity queries in smooth and bounded real algebraic sets // Journal of the ACM. 2017. Vol. 63. No. 6. Article 48. 37 p.
2. *Polo-Blanco I., Top J.* A remark on parameterizing nonsingular cubic surfaces // Computer Aided Geometric Design. 2009. Vol. 26. No. 8. P. 842–849. https://doi.org/10.1016/j.cagd.2009.06.001
3. *Селиверстов А.В.* О некоторых вещественных кубических гиперповерхностях // Алгебра и теория алгоритмов, Сборник материалов Всероссийской конференции, посвященной 100-летию факультета математики и компьютерных наук Ивановского государственного университета, Иваново, 21–24 марта 2018, Иваново: Ивановский государственный университет, 2018. С. 179–181.
4. *Koiliaris K., Xu C.* Faster pseudopolynomial time algorithms for subset sum // ACM Transactions on Algorithms. 2019. Vol. 15. No. 3. Article 40. 20 p. DOI: https://doi.org/10.1145/3329863
5. *Селиверстов А.В.* О двоичных решениях систем уравнений // Прикладная дискретная математика. 2019. № 45. С. 26–32. DOI: https://doi.org/10.17223/20710410/45/3

Условия сходимости последовательности

К. Н. Цигвинцева

Ижевск, Удмуртский государственный университет

e-mail: tsigvintsevakn@ya.ru

Пространства, рассматриваемые в работе, предполагаются T_1-пространствами. Под последовательностью понимается бесконечная последовательность, все члены которой попарно различны.

Обозначим $cs(\xi)$ — множество предельных точек последовательности ξ.

Если последовательность ξ имеет предел, то для любой ее подпоследовательности ξ' $cs(\xi') \neq \emptyset$. Однако если для любой подпоследовательности $\xi' \subseteq \xi$ $cs(\xi') \neq \emptyset$, то отсюда не следует, что у ξ есть предел. Примером служит последовательность натуральных чисел N в пространстве βN — расширение Чеха–Стоуна N. Возникает вопрос: какие условия нужно наложить на множества предельных точек подпоследовательностей, чтобы предел существовал? Ответ содержится в следующих теоремах.