

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
Институт математики им. С. Л. Соболева  
Сибирского отделения Российской академии наук

Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Новосибирский национальный исследовательский государственный университет»

Международная конференция

## МАЛЬЦЕВСКИЕ ЧТЕНИЯ

14–19 ноября 2022 г.

Тезисы докладов



Международный математический центр  
в Академгородке

Новосибирск • 2022

Sobolev Institute of Mathematics

Novosibirsk State University

International Conference

**MAL'TSEV MEETING**

November 14–19, 2022

Collection of Abstracts



International Mathematical Center  
in Akademgorodok

Novosibirsk • 2022

## Недетерминированные вычисления посредством обобщенных регистровых машин

И. В. ЛАТКИН, А. В. СЕЛИВЕРСТОВ

Рассматривается работа обобщённых регистровых машин (ОРМ) [1] над некоторыми кольцами. Регистры машины содержат элементы кольца, над которыми за один шаг выполняются операции, перечисленные в сигнатуре. Константы соответствуют операциям записи соответствующего элемента в регистр. В случае проверки предиката, машина переходит в новое состояние в зависимости от истинности предиката. За один шаг ОРМ может копировать и пересылать элементы между регистрами. Также существуют индексные регистры, содержащие натуральные числа, над которыми выполняются обычные операции регистровых машин. В начале работы в нулевом индексном регистре записано число регистров, занятых входными данными, а в остальных индексных регистрах записаны нули. Незанятые входными данными регистры содержат нули. Время работы ОРМ полиномиальное, если существует такой многочлен  $p(n)$ , что если вначале ровно  $n$  регистров занято входными данными, то полное число шагов, выполняемых машиной до остановки, ограничено значением многочлена  $p(n)$ .

Вычислительная сложность ОРМ не учитывает сложность выполнения отдельных арифметических операций, которые могут быть невычислимыми в обычном смысле. В частности, кольцо может не быть счётным. Однако здесь учитывается время на операции над индексными регистрами.

При определении недетерминированности получаются классы индексных (недетерминировано можно менять записи только в индексных регистрах), бинарных (дополнительно можно недетерминировано записывать в регистры 0 или 1) и недетерминированных ОРМ общего вида (в регистры можно недетерминировано записывать любые элементы кольца, а в индексные регистры — любые натуральные числа). Им соответствуют три обобщения класса  $\mathcal{NP}$ :  $\mathbf{DNP}_I$ ,  $\mathbf{DNP}$  и  $\mathbf{NP}$ . Из определений сразу следуют включения  $\mathbf{DNP}_I \subseteq \mathbf{DNP} \subseteq \mathbf{NP}$ .

**Теорема. 1.** Включение  $\mathbf{DNP}_I \subseteq \mathbf{DNP}$  — строгое при вычислениях над некоторой линейно упорядоченной областью целостности  $(U, 0, +, -, \cdot, \text{res}, \leq)$ .  
**2.** Включение  $\mathbf{DNP} \subseteq \mathbf{NP}$  — строгое при вычислениях над:  $(U, 0, +, -, \cdot, \text{res}, \leq)$ ,  $(\mathbb{Z}, 0, 1, +, -, \cdot, \text{res}, \leq)$ ,  $(\mathbb{Q}, 0, 1, +, -, \cdot, \leq)$ ,  $(\mathbb{R}, 0, 1, +, -, \cdot, \leq, \text{Int})$ ,  $(\mathbb{C}, 0, 1, +, -, \cdot, \text{Int})$ . Здесь  $\text{res}(x, y)$  — остаток от деления  $x$  на  $y$ , если  $y > 0$ , и  $\text{res}(x, y) = 0$  в противном случае, а  $\text{Int}(x)$  означает, что  $x$  — целое число.

### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Neumann E., Pauly P., A topological view on algebraic computation models, Journal of Complexity, **44** (2018), 1–22. <https://doi.org/10.1016/j.jco.2017.08.003>

*Восточно-Казахстанский технический университет, Усть-Каменогорск (Казахстан)*

*E-mail: lativan@yandex.kz*

*Институт проблем передачи информации им. А.А. Харкевича, Москва (Россия)*

*E-mail: slvstv@iitp.ru*