

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт математики им. С. Л. Соболева
Сибирского отделения Российской академии наук

Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Новосибирский национальный исследовательский государственный университет»

Международная конференция

МАЛЬЦЕВСКИЕ ЧТЕНИЯ

13–17 ноября 2023 г.

Тезисы докладов



Международный математический центр
в Академгородке

Новосибирск • 2023

Sobolev Institute of Mathematics

Novosibirsk State University

International Conference

MAL'TSEV MEETING

November 13–17, 2023

Collection of Abstracts



International Mathematical Center
in Akademgorodok

Novosibirsk • 2023

О длине невыполнимой подформулы

А. В. СЕЛИВЕРСТОВ

Через \perp и \top обозначены булевы константы: ложь и истина, соответственно. Для двух чисел $\alpha < \beta$ множество α -or- β -in-SAT состоит из КНФ, для которых существует такая (\perp, \top) -оценка переменных, что в каждой элементарной дизъюнкции истинными оказались либо ровно α , либо ровно β литералов. Для $k < \alpha < \beta$ множество α -or- β -in-SAT не содержит ни одной k -КНФ. Некоторая 2-КНФ φ принадлежит множеству 1-or-2-in-SAT тогда и только тогда, когда φ выполнима. Некоторая 3-КНФ φ принадлежит множеству 1-or-2-in-SAT тогда и только тогда, когда φ принадлежит множеству NAE-3-SAT. Оно состоит из тех 3-КНФ, для которых существует такая (\perp, \top) -оценка переменных, что в каждой дизъюнкции некоторый литерал ложный и некоторый литерал истинный. Принадлежность 3-КНФ $\varphi(p_1, \dots, p_n)$ к NAE-3-SAT равносильна выполнимости формулы $\varphi(p_1, \dots, p_n) \wedge \varphi(\neg p_1, \dots, \neg p_n)$. Задача распознавания принадлежности 3-КНФ к NAE-3-SAT, как известно, NP-полная. Длина формулы служит естественным параметром для оценки вычислительной сложности [1]. Поэтому интересна возможность замены исходной 3-КНФ на подформулу.

Теорема. Дана пропозициональная КНФ $\varphi(p_1, \dots, p_n)$ с m элементарными дизъюнкциями от n переменных. Если φ не принадлежит к α -or- β -in-SAT и выполнено условие $m > 2n + 2$, то существует КНФ, которая не принадлежит к α -or- β -in-SAT и получена удалением из φ некоторой элементарной дизъюнкции.

Полученная граница для числа элементарных дизъюнкций невыполнимой подформулы в 2-КНФ близка к оптимальной. Существует невыполнимая 2-КНФ с $m = 2n$ элементарными дизъюнкциями от n переменных, для которой выполнима подформула, полученная удалением любой элементарной дизъюнкции. Примером служит 2-КНФ

$$(\neg p_1 \vee p_2) \wedge (p_1 \vee \neg p_2) \wedge \dots \wedge (\neg p_{n-1} \vee p_n) \wedge (p_{n-1} \vee \neg p_n) \wedge (p_n \vee p_1) \wedge (\neg p_n \vee \neg p_1),$$

где каждая переменная дважды входит позитивно и дважды — негативно. С другой стороны, граница для уменьшения числа элементарных дизъюнкций лежит в области, где почти любая 2-КНФ невыполнима [2].

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Peng J., Xiao M., Further improvements for SAT in terms of formula length. *Information and Computation*, 105085 (2023), <https://doi.org/10.1016/j.ic.2023.105085>
 [2] Goerdts A., A threshold for unsatisfiability. *Journal of Computer and System Sciences*, **53**: 3 (1996), 469–486. <https://doi.org/10.1006/jcss.1996.0081>

Институт проблем передачи информации им. А. А. Харкевича РАН, Москва (Россия)
 E-mail: SLVSTV@iitp.ru