УДК 519.178

Гиперграфы в биоинформатике

Р.А. Гершгорин

Институт проблем передачи информации им. А.А. Харкевича РАН

Поиск легко проверяемых необходимых условий вложения гиперграфов имеет значение для решения прикладных задач в биоинформатике, включая согласование деревьев белков или хромосомных структур в единое дерево эволюции видов [1]. Также гиперграфы естественно возникают при сравнении между собой сложных регуляторных систем с одновременным воздействием большого числа факторов. В этом случае вершины гиперграфа соответствуют генам, а ребро связывает регулируемые гены и ген, кодирующий регуляторный фактор.

Гиперграф называется *рёберно-взвешенным*, если каждому его ребру приписан вес – неотрицательное рациональное число. Если вершины не соединены ребром, соответствующий вес полагаем равным нулю. Отображение множеств вершин является вложением гиперграфа H в гиперграф G, если оно сохраняет отношение смежности, и вес ребра в H не меньше, чем вес его образа в G.

Если каждый вес равен либо нулю, либо единице, мы приходим к задаче о существовании обычного вложения гиперграфов без учёта весов. Поскольку задача о существовании вложения гиперграфов обобщает задачу о существовании гамильтонова цикла в графе, она является NP-полной. Однако можно надеяться на создание эвристических алгоритмов, применимых при некоторых ограничениях на веса рёбер. Например, 3-связный регулярный граф, имеющий достаточно много рёбер, гамильтонов [2].

Некоторые гиперграфы допускают короткое описание. Гиперграфу с n вершинами соответствует мультилинейный многочлен от n переменных, в котором каждый коэффициент равен весу ребра, инцидентного вершинам с номерами, равными номерам переменных монома. Используя скобочную запись, многочлен гиперграфа с большим числом рёбер можно задать коротким выражением, значение которого эффективно вычислимо. В общем случае таким описанием служит арифметическая схема или неветвящаяся программа [3]. Это объясняет интерес к поиску таких инвариантов, которые вычислимы по такому многочлену без вычисления весов отдельных рёбер гиперграфа. Некоторые результаты, позволяющие проверять неизоморфность гиперграфов, недавно получены в [4–6].

Работа выполнена за счёт гранта Российского научного фонда (проект № 14–50–00150).

Литература

1. *Горбунов К.Ю., Гершгорин Р.А., Любецкий В.А.* Перестройка и реконструкция хромосомных структур. – Молекулярная биология. – 2015. – Т. 49. № 3. – С. 372–383.
2. *Kühn D., Lo A., Osthus D., Staden K.* The robust component structure of dense regular graphs and applications. – Proc. London Math. Soc. – 2015. – V. 110. № 1. – P. 19–56.
3. *Kaltofen E.* Greatest common divisors of polynomials given by straight-line programs. – J. ACM. – 1988. – V. 35. № 1. – P. 231–264.
4. *Shao J., Qi L., Hu S.* Some new trace formulas of tensors with applications in spectral hypergraph theory. – Linear and Multilinear Algebra. – 2015. – V. 63. N 5. – P. 971–992.
5. *Селиверстов А.В.* Замечание о неявно заданных гиперграфах. – Вестник Тамбовского университета. Естественные и технические науки. – 2015. – Т. 20. № 5. – С. 1422–1424.
6. *Гершгорин Р.А., Рубанов Л.И., Селиверстов А.В.* Легко вычислимые инварианты для распознавания гиперповерхности. – Информационные процессы. – 2014. – Т. 14. № 4. – С. 365–369.